fractales

qué
por qué
para qué

Una introducción al mundo de los fractales

Fractals. What? Why? What For?
An Introduction to the World of Fractals

PARQUE de las CIENCIAS
ANDALUCÍA - GRANADA

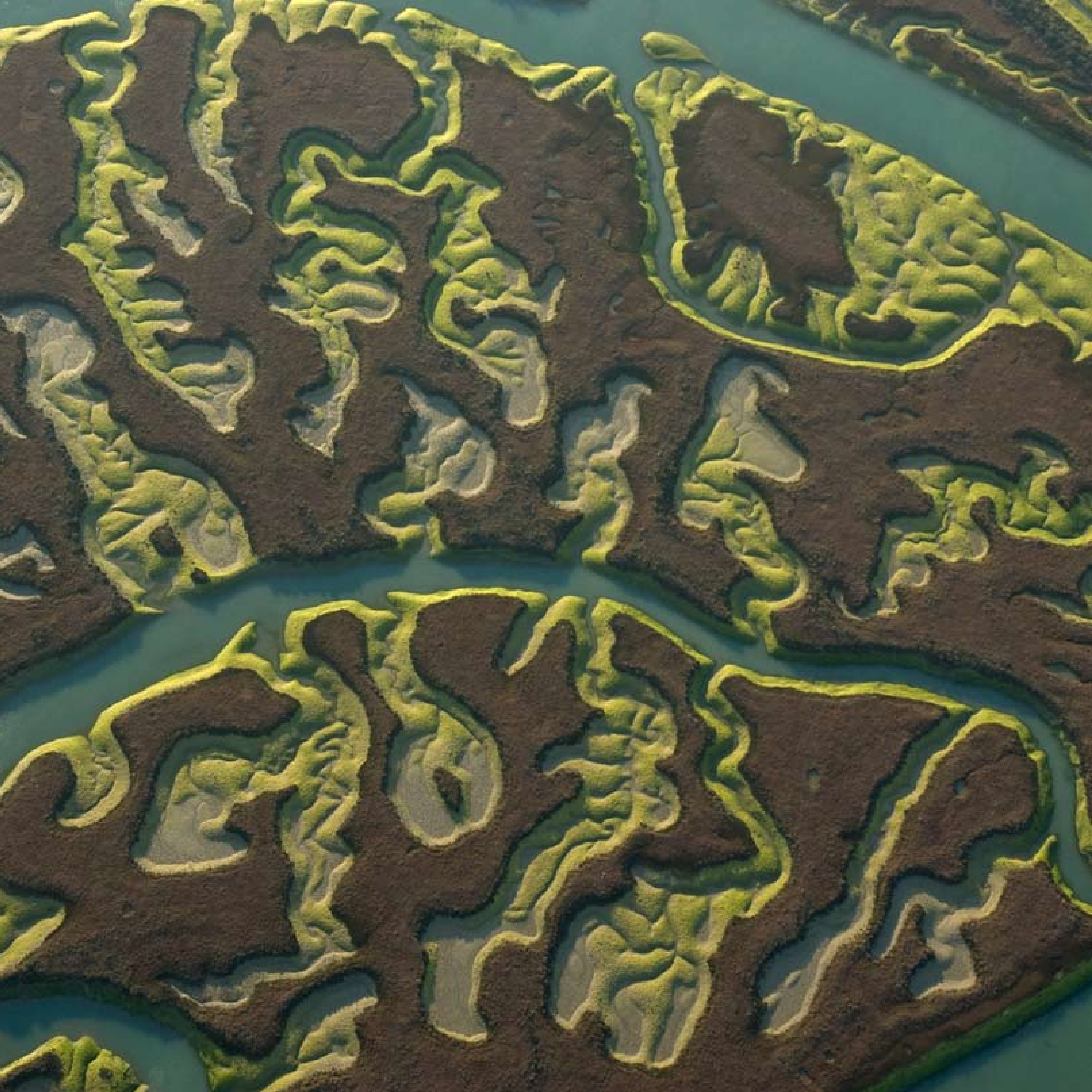
fractales

qué
por qué
para qué

Una introducción al mundo de los fractales

Fractals. What? Why? What For?
An Introduction to the World of Fractals

PARQUE de las CIENCIAS
ANDALUCÍA - GRANADA



Cuaderno didáctico

Fractales; qué, por qué, para qué
Una introducción al mundo de los fractales

Consorcio Parque de las Ciencias

Consejería de Educación. Junta de Andalucía

Ayuntamiento de Granada

Consejería de Medio Ambiente. Junta de Andalucía

Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa. Junta de Andalucía

Diputación Provincial de Granada

Universidad de Granada

Consejo Superior de Investigaciones Científicas.
Ministerio de Ciencia e Innovación

Fundación Caja Granada

Fundación Caja Rural de Granada

Casa de la Ciencia

Estación Biológica de Doñana

Consejo Superior de Investigaciones Científicas

“Fractales, qué, por qué, para qué. Una introducción
al mundo de los fractales”,

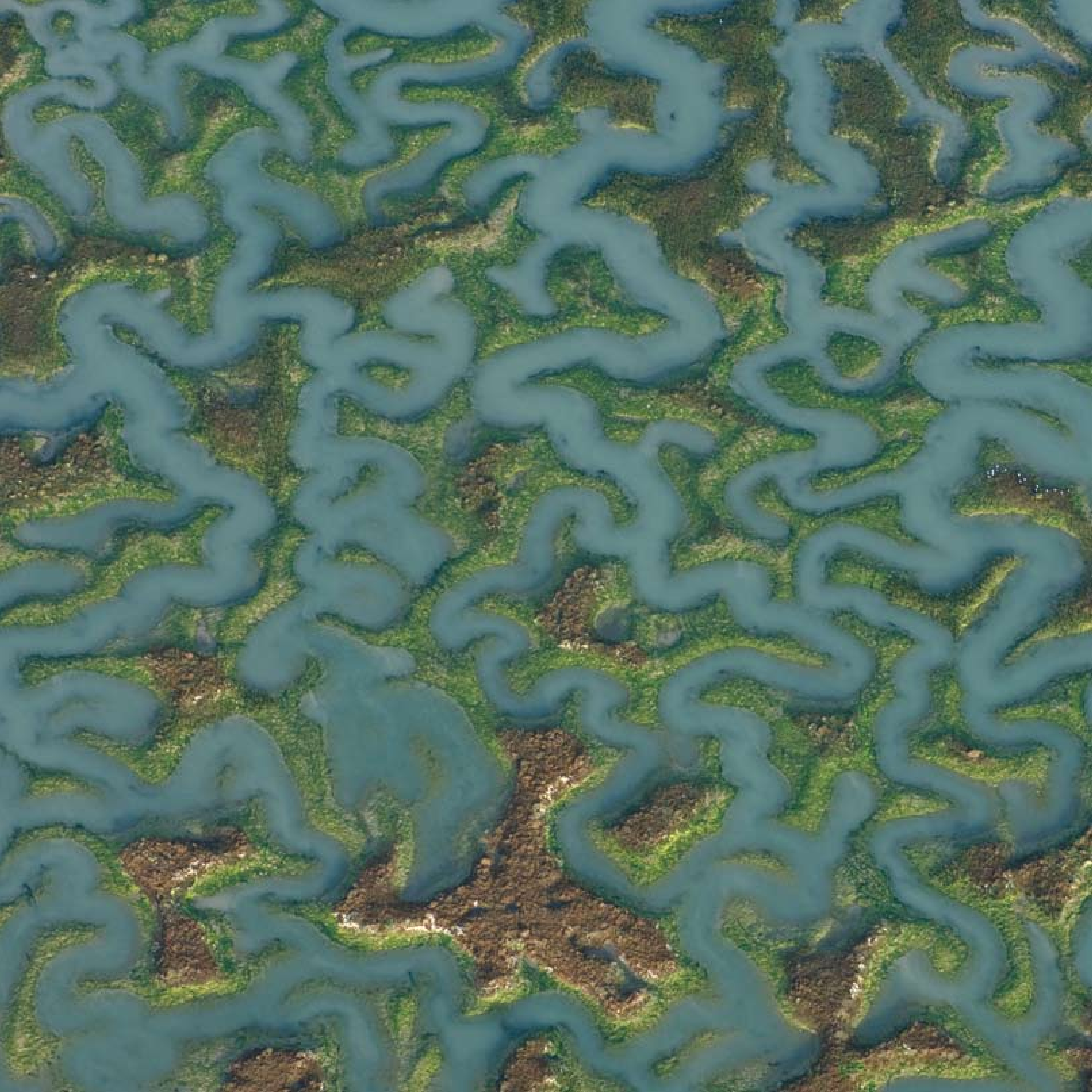
Autor: Juan Manuel García Ruiz
Fotografía: Héctor Garrido

Esta publicación ha sido editada por el Parque de las Ciencias con motivo de la Exposición temporal: “Armonía fractal de Doñana y las Marismas”

Publicaciones didácticas
del Parque de las Ciencias:

Dirección: Ernesto Páramo Sureda
Diseño y maquetación: Inmaculada Melero, Esther Alcedo
Traducción: Babel
Colaboran: Javier Medina, Fermin Otárola, Victor Costa,
Paz Posse e Isabel Bustamante

Edita: Parque de las Ciencias. Mayo, 2009
Imprime: Gráficas Alhambra
ISBN: 978-84-937401-0-8
Depósito Legal: GR-2279-2009



Vistas de la exposición temporal Armonía fractal
de Doñana y las Marismas, en Pabellón Tecno-Foro.
Parque de las Ciencias

View of the temporary exhibition
Fractal Harmony in Doñana and the Wetlands,
Pavilion Tecno-Foro. Parque de las Ciencias

Introducción

Los lectores que hayan tenido la oportunidad de volar alguna vez han podido ser testigos de las distintas formas que la naturaleza y el hombre han generado sobre el gran lienzo de la superficie de la Tierra. Quienes se hayan subido a alguna atalaya o mirador también habrán notado cómo la naturaleza y el ser humano pintan con distinto pincel los infinitos cuadros que encierra el paisaje. La diferencia está en la geometría. Por un lado, la geometría euclidiana, fría, trazada con tiralíneas por la razón humana, a golpe de máquina, ya sea ésta un simple arado o una potente excavadora. Por otro, la cálida y obstinada geometría de la curva y de la bifurcación dibujada sensualmente por la naturaleza. Es una lucha titánica, de poder a poder, entre dos trazos, entre dos estilos distintos.

Esta guía didáctica de la exposición Armonía Fractal de Doñana y Las Marismas quiere acercar la naturaleza al lector a través de la geometría. De la geometría fractal. Esa geometría que trata a los montes como montes y no como pirámides, a los árboles como árboles y no como triángulos, a los ríos y líneas de costa como líneas de costa, no como rectas. Es la geometría que trata como una unidad a las formas complejas creadas por la vida y por lo inanimado, la que da sentido, cuando nos tumbamos panza arriba con nuestros hijos, a buscar en las formas de las nubes los objetos de nuestra vida cotidiana.

Introduction. If you have ever flown in an aeroplane, you will probably have looked down to see the different shapes that nature and mankind have created on the great artist's canvas that is the Earth's surface. If you have climbed to the top of a tower or looked out from a viewpoint, you will have seen how nature and man have used different brushstrokes to paint countless pictures which combine to form the landscape. The difference between these two artists lies in the geometry of the different shapes that they draw: on the one hand, Euclidean geometry, cold, drawn carefully by a man's pen or by the force of a machine, whether it be a simple plough or a powerful digger; and, on the other, the warm but headstrong geometry of curves and forks, sensitively drawn by nature. The struggle between the two different styles, two powers, two brushstrokes, is one of colossal proportions.

This guidebook to the exhibition Fractal Harmony of Doñana and the wetlands aims to give readers an insight into nature through geometry, more specifically through fractal geometry. This type of geometry treats mountains as mountains and not as pyramids, trees as trees and not as triangles, and rivers and coastlines as rivers and coastlines, not straight lines. Fractal geometry sees the shapes created by living things and inanimate materials as a single unit, making sense of the way in which we lie on the grass with our children and gaze up at the clouds, searching for shapes which look like day-to-day objects

Las formas dibujadas por la Tierra

Hace unos cuatro mil quinientos millones de años se formó el planeta sobre el que todos nosotros vivimos. En aquel pasado remoto la tierra caliente comenzó a enfriarse rápidamente y a la actividad volcánica se unió pronto el agua condensada sobre la superficie. Empezó el juego del fuego y el agua, que junto con el viento dibujaron las formas de la naturaleza inanimada, del mundo mineral. Son formas complejas generadas por la repetición de simples mecanismos que machaconamente, segundo a segundo, van conformando una geometría en la que predomina la curva y la ramificación.

Shapes drawn by the earth. The planet on which we all live today was formed around four thousand five hundred million years ago. Way back then, the planet was not only the scene of volcanic activity: the hot earth also began to cool quickly, and condensed water soon began to gather on the surface. And so began the combined action of fire and water. These two forces, along with the wind, carved out the shapes of Earth's inanimate materials, the mineral world. These shapes are the result of the repeated action of simple mechanisms which work relentlessly, second by second, constructing an increasingly complex geometry in which curves , and branching are the dominant feature.

El agua, el viento y el fuego moldearon la superficie de la Tierra durante mil millones de años.

Water, wind and fire moulded the surface of the Earth over the course of one thousands of millions of years.

NASA-Earth

Lavadero de mineral de las Minas de Tharsis, Corrales, Huelva. Esta hermosa acuarela mineral pintada por las reacciones químicas del agua y los metales, podría haber sido un paisaje de la Tierra primitiva.

Mineral washing plant at the mines in Tharsis, Corrales, Huelva (Spain). This beautiful mineral watercolour, painted by the chemical reactions that take place when metals come into contact with water, is the sort of landscape which could have been seen in primitive Earth.

Esta figura muestra una concepción artística de un paisaje virtual en la Tierra primitiva, cuando la vida aún no habría hecho su aparición sobre la Tierra y sólo el agua, el viento y el calor dibujaban sus formas (Archivos de NASA).

This picture shows an artist's impression of a virtual landscape on primitive Earth, when life forms had not yet developed, and water, wind and heat were the only forces which could draw shapes from NASA archives.

Las formas dibujadas por la vida

A las fuerzas geológicas que dibujaban las formas de la tierra se le unió la vida hace unos tres mil millones de años. Lo hizo como el fiel aprendiz del taller mineral, copiando, retocando aquí y allá pero sin romper el estilo del maestro. La geometría de la vida se funde con la geometría de la tierra en un único paisaje donde predomina la curvas y ramificación, el paisaje natural.

Shapes drawn by life. The geological forces which first drew shapes in the Earth's surface were later joined by living organisms, around three thousand million years ago. This new artist became a faithful apprentice in the mineral workshops, copying, retouching here and there, but without changing the style of its master. The geometry of life melted into the geometry of the Earth to form a single landscape of curves and branching: the natural landscape.

La vida contribuye al paisaje de las marismas fijando y dando color a las formas que la marea y el viento dibujaron, como los almajos, las espartinas y las algas que tiñen el paisaje de la isla de En medio.

Life helps shape the landscape of salt marshes by fixing and colouring the shapes drawn by the tides and wind. An example of this has been created by the saltwort, grasses and algae which colour the landscape of the Isla de Enmedio in southern Spain.

Un arrecife es un jardín de "piedras" de colores. Las "piedras" las ponen los pólipos, unos animalitos milimétricos que fijan el calcio y el CO_2 convirtiéndolos en carbonato de calcio. El color, los colores, lo ponen unas microalgas que viven en simbiosis con los pólipos. Las formas que dibuja la vida son similares, en lo fundamental, a las formas que dibuja el juego de la tierra, con el agua y el fuego. Por eso, cuando miramos las nubes, pura agua, jugamos a buscar en ellas formas de vida.

A reef is a garden of coloured stones. These stones are laid down by polyps, miniscule animals which fix calcium and CO_2, turning them into calcium carbonate. The colour or colours are painted on by micro-algae which live symbiotically with the polyps. The shapes drawn by life are basically quite similar to the shapes drawn by the combination of earth, water and fire. That's why, when we look up at the clouds, which are pure water, we try to find life-like shapes amongst them.

Las formas dibujadas por el ser humano

Hace menos de un par de millones de años apareció en este planeta el ser humano y, como una especie más de la evolución de la vida, dibuja sobre la tierra sus senderos en busca de caza o de agua, senderos que se ajustan suavemente al relieve mineral, o que se bifurcan, como los que resultan del continuo paso de los animales que buscan en las mañanas del verano el agua en los Ojos de la marisma (foto de la derecha).

Pero el día en que uno de nuestros ancestros tomó una rama horquillada y trazó una línea recta para airear la tierra y sembrarla, ese día comenzó a pintar el paisaje con la soberbia del aprendiz que desdeña al maestro, con un nuevo trazo que rompe con el estilo del paisaje creado por la tierra y la vida desde hace miles de millones de años.

Una batalla estética comienza, pues, cuando el ser humano rotura los campos arando con la perfección de la línea recta, como en los cultivos de regadío del entorno de Doñana, invitado en este caso (foto de la derecha) por el agua fácil, somera, del pozo excavado en el suelo arenoso.

Es un retoque al paisaje, pero es un retoque tenue, una herida leve como lo es también la del estero que se acopla delicadamente a los bajíos de la marisma en San Fernando (abajo a la derecha).

Shapes Drawn by Mankind. Less than a couple of million years ago, man arrived on the Earth. This newly-evolved species drew its own tracks on the Earth's surface as it searched for food and water. These tracks adjusted to the mineral relief of the planet, or forked off, just like those formed by the continuous passage of animals searching for water on summer mornings in the pools of the marshes. But as soon as humans forked off and carved out a straight line in the earth to aerate it and sow seeds, they began to paint the landscape with the arrogance of an apprentice scorning the teachings of his master, with a new pattern which broke away from the landscape style created by Earth and life thousands of millions of years ago.

This aesthetic battle began when mankind began to plough the fields with perfectly-straight lines, like in the irrigated fields around Doñana in southwest Spain, where surface water could then flow easily from the well dug out in the sandy soil.

The landscape was retouched, but gently, and this is a minor injury, just like the artificial lagoon that fits delicately into the shallows of the salt marsh in San Fernando, near Cadiz in southern Spain

Algo más perturbadora es la cuadrícula, poderosa, humilladora cuadrícula, que borra todo indicio natural, como la que conforma las salinas de los Portugueses en Sanlúcar de Barrameda o las viñas sobre la marisma desecada o las plantaciones de arroz al arrimo del gran río Guadalquivir.

Perhaps more disturbing is the sort of powerful, humiliating grid which erases all trace of natural features, like the one on the salt flats in Sanlúcar de Barrameda, or the vineyards on a dried-out marsh, or the rice plantations on the edge of the Guadalquivir river.

El lector se puede imaginar mil escenas que demuestran lo cierto de esta controversia estética. Posiblemente, con sólo mirar a su alrededor, si está en un lugar donde el ser humano ha dejado su marca, comprobará el dominio de la línea recta en nuestra geometría. El Skyline de la bella ciudad de Sydney es el perfecto ejemplo del triunfo de la recta en el paisaje urbano.

You should be able to think of thousands of different scenes which demonstrate how true this observation is. Perhaps you only need to look around you – if you are in a place where man has left his mark, you will see how straight lines have become the dominant feature in our geometry. The skyline of the beautiful city of Sydney is the perfect example of the triumph of the straight line in the urban landscape.

A medida que la humanidad concibe nuevas máquinas, cada vez más potentes, la transformación del paisaje se hace más radical, más agresiva por la arrolladora y fría geometría de la urbanización, que amenaza los patrones naturales.

As man designs and builds new, increasingly powerful machines, the changes to the landscape are becoming more and more radical, more aggressive, as a result of the overwhelming, cold geometry of urban development which threatens the Earth's natural patterns.

La necesidad de medir:
el origen de la geometría euclidiana

¿Por qué la humanidad dió la espalda a las formas sinuosas y ramificadas de la naturaleza y se decantó por la línea recta, el círculo y la esfera?

Cuando aparece sobre la Tierra, tan sólo tenía tres ejemplos de esa geometría en los que basarse, tres formas que eran distintas a todas las demás:

The need to measure. The origins of Euclidean Geometry. Why has mankind turned its back on the curved, forked shapes of nature, opting instead for straight lines, circles and spheres? When we first arrived on Earth, we only had three examples of this sort of geometry on which to base our designs, three shapes which were different from the rest:

¿Porqué hemos roto el patrón natural que venía dibujando la piel de la tierra desde su formación hace cuatro mil quinientos millones de años?

La respuesta es: para medir

la línea del horizonte, una recta interminable y los círculos perfectos en el ocaso del Sol y la Luna...

the horizon, a never-ending straight line;
the sunset and moonset

y el iris de los ojos de sus congéneres cuando le miraban...

and the iris of the eyes of our fellow humans when we looked at each other

Why has man broken away from the natural pattern which Earth's skin had been drawing since it had first formed four thousand five hundred million years ago?

The answer? To measure

Euclides

La geometría euclidiana es un monumento intelectual. Uno de los hitos del pensamiento deductivo que basándose en cinco axiomas crea un sistema de descripción del mundo que colmó las necesidades de las ciencias de la naturaleza, de la Historia Natural, hasta bien entrado el siglo XIX.

Cuando la agricultura se hace extensiva, algo que parece ser que ocurrió por primera vez en el delta del Nilo, tras las inundaciones y la posterior retirada de las aguas, los agricultores reclamaban sus terrenos. Y los faraones necesitaban controlar el pago de impuestos de los agricultores de forma que pagaran según tenían. Y para saber lo que tienes, hay que medir. De esa necesidad de medir nace la geometría que hoy llamamos euclidiana, porque medir una curva, como veremos más adelante, no es nada fácil. Cuando queremos medir una recta no tenemos ningún problema. Por eso el hombre inventó la línea recta y la geometría que se basa en ella, la geometría euclidiana. Por ejemplo, la línea de abajo mide cinco centímetros. Si usa una regla métrica lo puede comprobar.

Euclid. When farming became more widespread and extensive, which appears to have happened for the first time in the Nile delta after flooding and the subsequent retreat of the floodwaters, farmers claimed back their land. The Pharaohs needed to control the taxes paid by farmers in such a way that everyone paid according to what they had. And to know what you have, you have to measure. This need to measure led to the development of what we now call Euclidean geometry, because measuring curves, as we shall see later, is not an easy task. Measuring a straight line poses no problems at all. That's why man invented straight lines and the geometry based on these lines: Euclidean geometry. For example, the line below is five centimetres long. You can use a metric ruler to check.

El filósofo Euclides da nombre en realidad a un conjunto de matemáticos alejandrinos que, juntos, construyeron la llamada geometría euclidiana.

The name of the philosopher Euclid is used to refer to a group of Alexandrian mathematicians who worked together to define the so-called Euclidean geometry.

Wikipedia

En la geometría euclidiana, se supone que un punto no tiene tamaño, es decir que su dimensión D es cero. Que una línea es un conjunto de puntos que no tienen ni ancho ni grueso, solamente longitud L, es decir que su dimensión D es 1. Que una superficie no tiene grosor, sino sólo dos dimensiones, longitud y anchura, por lo que se dice que su dimensión es 2. Finalmente, un cubo, como una pirámide o una esfera tiene dimensión D=3. La dimensión topológica de las figuras Euclidianas es siempre un numero entero. El área de una superficie escala con el cuadrado de una longitud $L^{D=2}$ y un volumen, como el de una esfera con el cubo de una longitud $L^{D=3}$.

Se demostró que, para medir, era necesario construir un sistema para entender las formas del mundo basado en líneas rectas. De ahí nació la geometría euclidiana, que tan útil ha sido al hombre durante dos mil quinientos años.

In Euclidean geometry, points do not have sizes, i.e. their dimension is zero. A line is a set of points which has no width nor thickness, only length L, i.e. its dimension D is 1; a surface has no thickness, only two dimensions – length and width – so its dimension is said to be D=2. Finally, cubes, pyramids or spheres (which are rectifiable) have three dimensions, so D=3. The topological dimension of Euclidean shapes is always expressed as a whole number. The area of a surface increases proportionately with the square of length $L^{D=2}$, and volume, like that of a sphere, increases proportionately with the cube of length $L^{D=3}$.

In order to be able to measure objects, a system needed to be constructed which would help us to understand the world based on straight lines. The result was Euclidean geometry, which has been exceedingly useful for mankind for two thousand five hundred years.

No es extraño por tanto que la geometría de la línea recta, el circulo y la triangulación haya impregnado toda nuestra ciencia y nuestra tecnología y desde luego la arquitectura. Pero no es extraño tampoco que esa geometría aún sea considerada en arte fría e intelectual, sinónimo de inteligencia y de racionalidad. Incluso la atractiva Ópera de Sidney está hecha con trozos de esfera.

It is not surprising, then, that the geometry of straight lines, circles and triangulation has filtered through into all of our science and technology, and, of course, our architecture. It is also clear why this geometry has been and still is an art considered to be cold and intellectual, equated with intelligence and rationality. Even the beautiful Sydney Opera House is made with sections of spheres.

La geometría fractal. Una nueva manera de medir

Pero hoy día, hemos llegado a un punto en el que esa abstracción que realiza la geometría euclidiana no es suficiente para entender la verdadera complejidad del mundo natural. Nuestra forma de ver el planeta ha cambiado pero no fue fácil para geógrafos como Richardson o matemáticos como Mandelbrot convencer al mundo científico de que la geometría euclidiana que usamos desde los tiempos clásicos no servía para describir la naturaleza;

Fractal geometry: a new way of measuring. However, we have now reached a point where the abstract nature of the concept of Euclidean geometry is not enough to allow us to understand the true complexity of the natural world. Our way of looking at the planet has changed, and it was relatively easy for Benoît Mandelbrot to convince the scientific community that the Euclidean geometry we have been using since classical times could not be used to describe nature.

que los árboles no son conos,

Because trees are not cones

que las montañas no son pirámides,

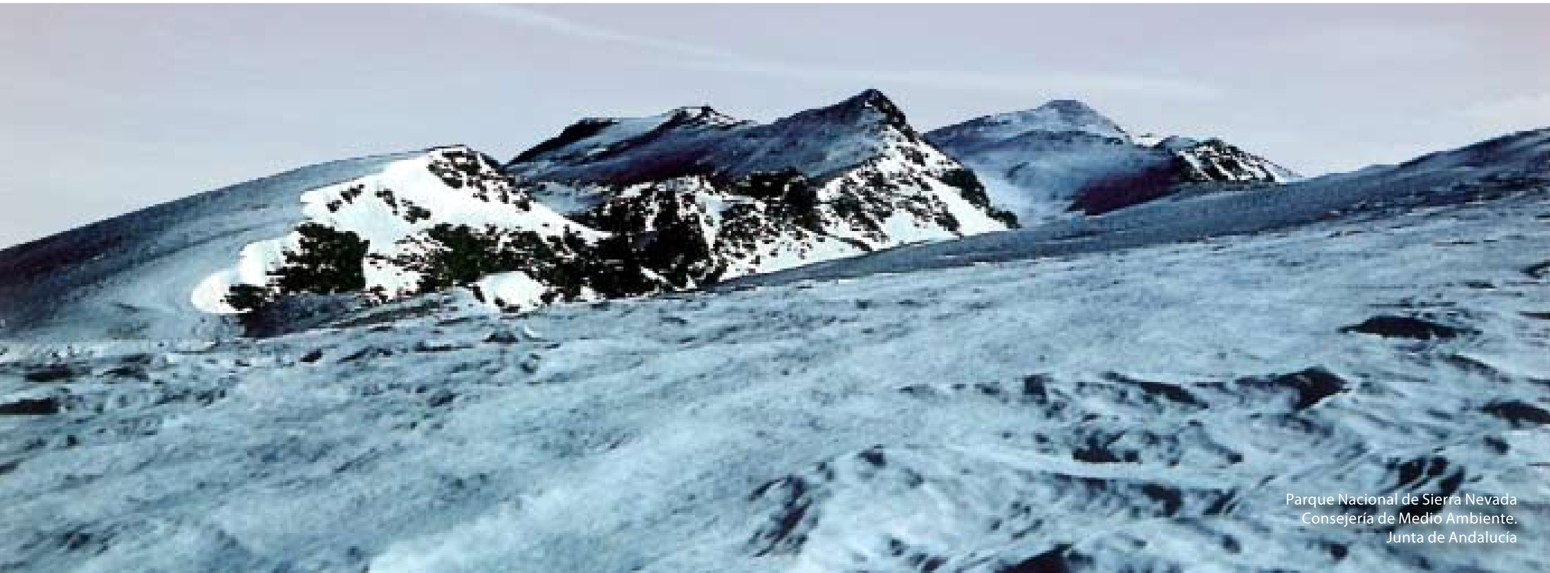
mountains are not pyramids,

que las líneas de costa no son rectas,

coastliners are not straight,

que las nubes no son esferas...

and clouds are not spheres



Parque Nacional de Sierra Nevada
Consejería de Medio Ambiente.
Junta de Andalucía

Benoît Mandelbrot propuso el uso de una nueva geometría, la geometría fractal, que describe mejor la complejidad de las formas naturales, porque esas formas son objetos fractales.

¿Cuáles son las propiedades de los objetos fractales? La primera de ellas es que carecen de una medida exacta. Veamos qué significa eso usando un caso concreto, el de la frontera entre España y Portugal.

So Mandelbrot proposed a new geometry, fractal geometry, which provides better descriptions of natural shapes, because they are fractal objects.
What properties do fractal objects have? Firstly, they have no exact measurements. Let's see what this means using a specific example: the border between Spain and Portugal.

¿Cuánto mide la frontera entre España y Portugal?

La frontera entre España y Portugal es una frontera “natural”, en el sentido de que gran parte de la misma discurre por los cauces de numerosos ríos y riberas, aunque muchos españoles y portugueses no veamos natural tener ahí una frontera. He elegido ese ejemplo porque esa frontera fue una de las que estudió un singular matemático y físico llamado Lewis Richardson (1881-1953) que era un pacifista activo y comprometido y que tenía la curiosa teoría de que la probabilidad de guerra entre dos países dependía de la longitud de su frontera común. Así que comenzó a buscar datos de esa frontera y se encontró que, según la fuente fuera española o portuguesa, la linde medía 987 ó 1.214 kilómetros. Sorprendido, se puso a medirla usando varios mapas y descubrió que, efectivamente, variaba ya que mientras menor era la vara de medir que usaba, mayor era la longitud de la frontera. ¿Que no se lo cree? Vamos a medirla.

How long is the border between Spain and Portugal? The border between Spain and Portugal is a “natural” border, in that a large part of it runs along the routes of various rivers and streams, although many Spanish and Portuguese people do not feel that it is natural for the border to be there. I have chosen this example because it was one of those studied by a special mathematician and physicist called Lewis Richardson (1881-1953), a committed and active pacifist who had a curious theory that the probability of war breaking out between two countries depended on the length of their shared border. So he started to look for information about this border and found that the Spanish and Portuguese measurements were different – 987 km in the first case, and 1214 km in the second. Surprised by this, he started to measure the border himself using various maps, and discovered that the measurement varied: the smaller the measuring sticks used, the longer the border. Don’t believe me? Well then, how long is the curvy line below?

Use una regla. No es fácil medirla ¿eh?. De hecho no tiene una longitud precisa. Si no tiene una regla a mano, use las varas de medir, los segmentos de longitud S, que acompañan al dibujo y rellene la tabla adjunta. Comprobará que la longitud de la frontera depende de la vara de medir que use, es decir, de la escala. Mientras menor sea la longitud S de la vara de medir, más larga es la distancia. Se habrá dado cuenta de que con la vara grande pasa por alto los pequeños surcos que ha de recorrer con la vara pequeña. Por eso la medida de los españoles y de los portugueses eran distintas: porque medían con distinta vara, es decir, a distinta escala.

Use a ruler. It’s not that easy, is it? In fact, the line does not have a precise length. If you don’t have a ruler to hand, use one of the measuring sticks (length = S) next to the drawing and fill in the table. You will see that the length of the curve depends on the measuring stick used. The shorter the length (S) of the measuring stick, the longer the distance. As you will have realised, the larger stick ignores the little grooves and curves which the smaller stick is able to measure.

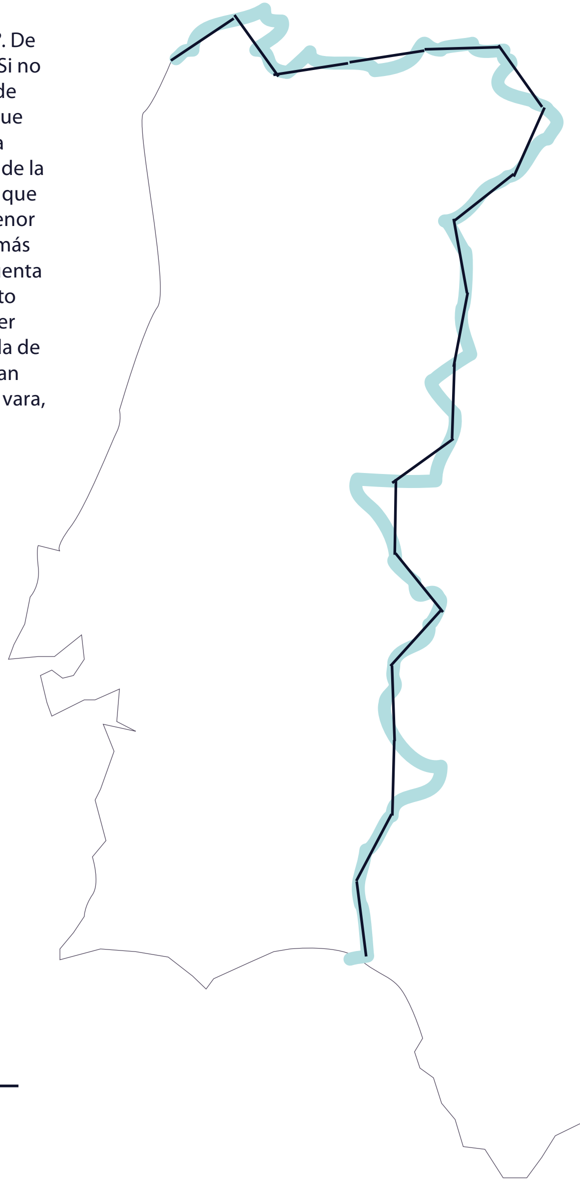
	N	L = (NxU)
1 cm	19	19
2 cm		
4 cm		

El lector puede realizar la medida con las varas de 2 cm y 4 cm que le ponemos a continuación.

The reader can realize this experiment from the 2cm and 4cm model shown as follows:

2 cm

4 cm



Con Google Earth, es hoy aún más fácil percatarse del problema. Para comprenderlo mejor elijamos una frontera natural de verdad, la frontera tierra-mar, la línea de costa de las Rías gallegas (o cualquier otra costa sinuosa). Desde una altura de 50 km verá una línea continua, casi recta, que mediría sin ninguna dificultad. Desde 10 km de altura, empezará a ver los cabos y golfos que la forman, y que usted no había medido cuando la veía desde más arriba, a menor escala. A una altura de 2 km verá nuevos entrantes y salientes que no estaban dibujadas en la vista anterior, y sí la ve desde una altura de 500 m, aparecerán riscos y accidentes que no había medido anteriormente.

Today, thanks to Google Earth, it is even easier to notice the problem. To understand this a bit better, let's look at a real natural border, an earth-sea border, the coastline of Cabo de Gata or one of the rivers in Galicia (or any other curvy coastline). If you look down from an altitude of 50 kilometres, you will see a continuous, almost straight, line, which you can measure with no difficulty whatsoever. From an altitude of 10 kilometres, you will begin to see the capes and gulfs that make up the coastline, which you will not have measured when looking at it from higher up, at a smaller scale. From an altitude of 2 kilometres you will see new headlands and bays which could not be seen in the previous view, and from just 500 metres up you will see cliffs and features which you could not have measured before.

50.000 m

10.000 m

2.000 m

500 m

Vemos por tanto que el término longitud no tienen mucho sentido cuando se aplica a las curvas naturales, porque la longitud L de las líneas de costa, de los ríos, de las veredas que atraviesan los montes, de las fronteras naturales depende de la escala, es decir de la longitud S del segmento que utilice para medir la línea curva. Por eso, es necesario medir la longitud L(S) de la curva a distintas escalas (S) ya que cada vez que se cartografía una costa a escala mayor, la línea de costa "crece". Pero eso tampoco nos dice mucho y por esa razón, Richardson y más tarde Mandelbrot propusieron usar para caracterizar las curvas una relación que es la siguiente:

$L(S) = S^{1-D}$

Donde el exponente D es siempre mayor que 1, y es una medida de la rugosidad de la curva, de lo sinuosa que sea. Así, si D es 1, la longitud escala con un exponente 1, es una línea recta euclidiana. La sinuosa línea de costa de Inglaterra, una de las más intrincadas del mapa mundial tiene un valor de D de 1,25, mientras que la de Sudáfrica, una de las menos sinuosas tiene un valor D=1,02. La frontera entre España y Portugal es de D=1,14, casi igual que la costa de Australia que es de D=1,13. Ese valor D, que nos mide la sinuosidad de una curva es la dimensión fractal de la misma.

¿Cómo se mide esa dimensión fractal? Fácil. Si tomamos logaritmos veremos que la ecuación anterior se transforma en la de una recta:

Log L(S) = 1-D log S

Simplemente tenemos que hacer un gráfico en el que representamos el logaritmo de la longitud de la curva L(S) frente a la longitud del segmento que hemos utilizado para medirla (S). Los puntos se alinean a lo largo de una línea recta y la pendiente de esa línea es 1-D.

So, the term "length" does not have much meaning when applied to natural curves, because the length L of coastlines, rivers, pathways through mountains, and natural borders depends on scale. In other words, it depends on the length S of the segment used to measure the curved line. We therefore need to measure the length L(S) of the curve at different scales (S), because every time a coast is mapped at a higher scale, the coastline "grows". The measurements are therefore not very useful, so Richardson, and later Mandelbrot, proposed the following equation for the characterisation of curves:

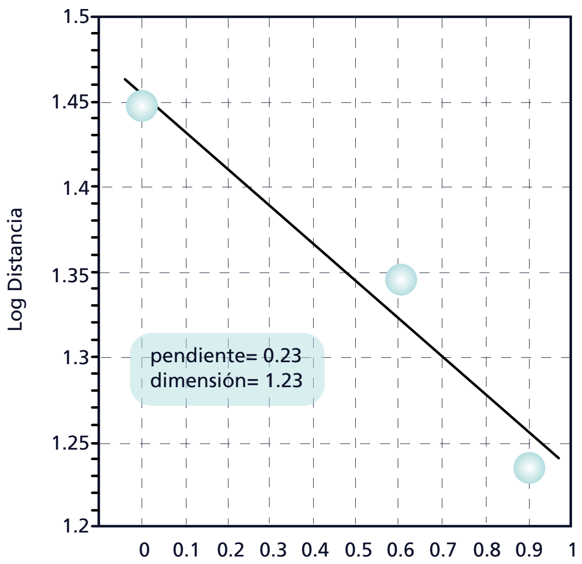
$L(S) = S^{1-D}$

Where exponent D is always greater than 1, expressing how jagged or uneven the curve is. So, if D is 1, the length increases proportionately with exponent 1, in other words in the same way as the Euclidean straight line we looked at earlier. The ragged English coastline, one of the most intricate in the atlas, has a D value of 1.25, while the South-African coastline, which is one of the least intricate, has a D value of 1.02. The D value for the border between Spain and Portugal (D=1.14), is almost the same as that of the Australian coastline (D=1.13). This D value, which measures the sinuosity of a curve, is the fractal dimension of that curve.

How do we measure this fractal dimension? It's easy. If we use logarithms we can see that the equation above can be transformed into an equation for a straight line:

Log L(S) = 1-D log S

All we need to do is draw a graph showing the logarithm of the length of the curve L(S)on one axis and the length of the segment we have used to measure it (S) on the other. The points line up along a straight line, and the angle at which this line is drawn is 1-D.



Autosimilitud e invarianza a escala

También es importante percatarse, como lo hizo Benoît Mandelbrot, que la naturaleza se repite a sí misma cuando dibuja el paisaje, porque crea estructuras estadísticamente autosimilares, estructuras que cuando se observan a distinta escala, aparecen casi como copias de sí mismas. Lo que quiere decir que las partes se parecen al todo. Las costas no son líneas rectas sino curvas formadas por cabos y golfos, grandes protuberancias que a su vez están formados por entrantes y salientes, en los que a su vez hay ensenadas y riscos.

Self-similarity and scale invariance. It is also important to realise, as Benoit Mandelbrot did, that nature repeats itself when drawing the landscape, creating structures which are statistically self-similar, structures which, when examined at different scales, look like almost exact copies of each other. This means that the parts look like the whole. Coastlines are not straight lines but curves made up of capes and gulfs, large protuberances which are, in turn, made up of their own headlands and bays, which also contain smaller coves and rocky outcrops.

Un río es un cauce de agua al que llegan afluentes, y un afluente es un cauce de agua al que llegan arroyos, y un arroyo es un cauce de agua al que llegan riachuelos, y un riachuelo es un cauce de agua al que llegan barrancos, y un barranco es un cauce ocasional de agua al … La estructura arbórea dibujada en la marisma en la foto, tiene esa propiedad de la autosimilitud.

A river is a watercourse which collects water from tributaries, a tributary is a watercourse which collects water from streams, a stream is a watercourse which collects water from brooks, a brook is a watercourse which collects water from smaller channels, and so on and so forth. The tree-like structure drawn by the salt marsh in the photograph is an example of this type of pattern.

Debido a la autosimilitud, se dice que las estructuras fractales no varían con la escala a la que se miren. El tamaño de lo que se observa en la foto de la izquierda pudiera ser el que abarca la mirada de un niño jugando en la marisma, o la mirada del pescador cuando la atisba desde el puente, o la del flamenco que la vuela cada verano. Sólo la presencia de las gaviotas nos delata la escala de esta bella estructura creada por el barro y el agua, a la que la vida ha puesto color con una delgada tela de algas.

Estas propiedades de autosemejanza e invarianza a escala, que son estadísticas, es decir que casi se cumplen en los fractales naturales, se cumplen estrictamente en los fractales exactos o determinísticos.

As a result of self-similarity, we can say that fractal structures do not vary as we change the scale at which we look at them. No matter what scale we look at them, we will always find details. The size of what we can see in the photo on the left could be the same size seen by a child playing in the marsh, or a fisherman looking out from the bridge, or the flamingo flying over each summer. It is only the presence of the seagulls that gives away the scale of this beautiful structure, created by mud and water, coloured by nature using a thin veil of algae.

These properties of self-similarity and scale invariance, which are statistical (in other words, they are almost fulfilled in natural fractals), are strictly fulfilled in exact or deterministic fractals.

Fractales exactos

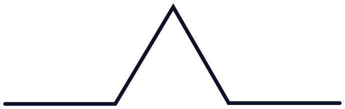
Un fractal exacto se suele generar con una secuencia de tres etapas. La primera es definir una figura inicial generadora, el iniciador. La segunda etapa es aplicar un determinado algoritmo sobre ese iniciador y la tercera etapa consiste en repetir (iterar) ese algoritmo sobre la figura generada.

Veamos varios ejemplos:

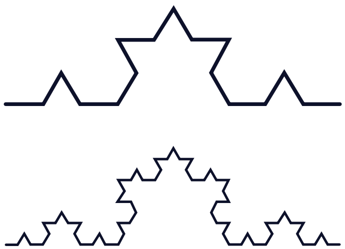
La curva de Koch

1. El iniciador es un segmento.

2. El algoritmo consiste en dividir el segmento en tres partes de igual longitud y sustituir el tercio interno o central por dos segmentos de la misma longitud del reiterado formando ángulos de 60º y 120º:



3. Si iteramos esa operación repetidamente conseguimos la famosa curva de Koch.



Su dimensión fractal es fácil de determinar. Nótese que para construir esta curva de Koch, le hemos aplicado al iniciador un factor de reducción de 1/3 y hemos obtenido 4 segmentos. Aplicando una nueva reducción de escala de 1/3 obtenemos 16 nuevos segmentos, y así sucesivamente. Es decir, para un valor de reducción de $1/3^n$ obtenemos 4^n segmentos. Luego S es $(1/3)^n$ y L es 4^n S

Aplicando la fórmula de la dimensión fractal tenemos:

$D = \log (4^n) / \log (3)^n = \log ^4 / \log ^3 = 1{,}2619$

Fractals exact. A deterministic fractal can be created by a secuence of three steps. The first is to define an initial generating shape, the initiator. The second stage is to apply a certain algorithm to this initiator. The third stage consists of repeating (iterating) that algorithm on the shape generated.

Let's look at a few examples.

The Koch Curve

1. The initiator is a segment.

2. The algorithm consists of dividing the segment into three parts of equal length, and substituting the internal or central third with two segments which are the same length as the iteration, at 60º and 120º angles:

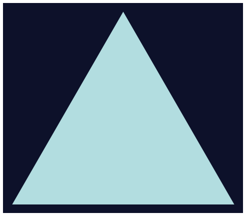
3. If we iterate this operation repeatedly we can create the famous Koch curve. The fractal dimension is easy to determine:

You can see that in order to make this Koch curve, we applied a reduction factor of 1/3 to the initiator, creating 4 segments. By reducing the scale by 1/3, we obtained 16 new segments, and so on and so forth. In other words, for a reduction value of 1/3n, we obtain 4n segments. So S is $(1/3)^n$ and L (S) is 4^nS . By applying the fractal dimension formula, we can calculate the following:

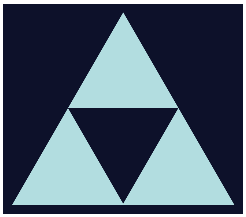
$D = \log (4^n) / \log (3)^n = \log ^4 / \log ^3 = 1.2619$

El triángulo de Sierpinski

1. El iniciador es un triángulo equilátero.



2. El algoritmo que vamos a repetir es conectar los puntos medios de cada lado generando cuatro triángulos idénticos de la mitad de altura del iniciador y quitar el triángulo interior.



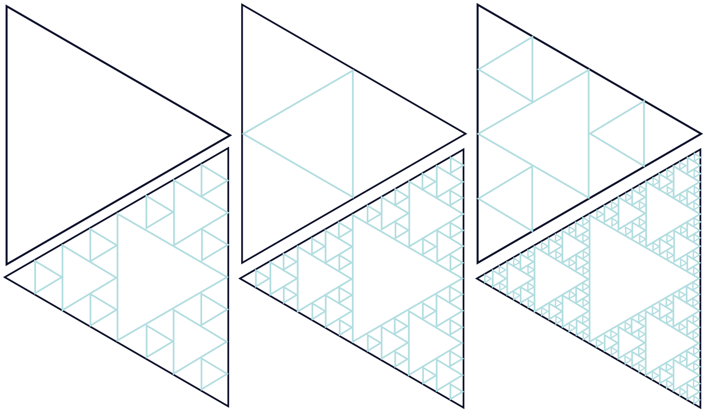
3. Iteramos, repitiendo la operación para los tres triángulos que restan.

The Sierpinski Triangle.
1. The initiator is an equilateral triangle.
2. The algorithm we are going to repeat connects the mid-points of each side, creating four identical triangles which are half as high as the initiator, and removing the inner triangle.
3. We then iterate, repeating the process for the three remaining triangles.

Iteración 1
iteration 1

Iteración 2
iteration 2

Iteración 3
iteration 3



Iteración 4
iteration 4

Iteración 5
iteration 5

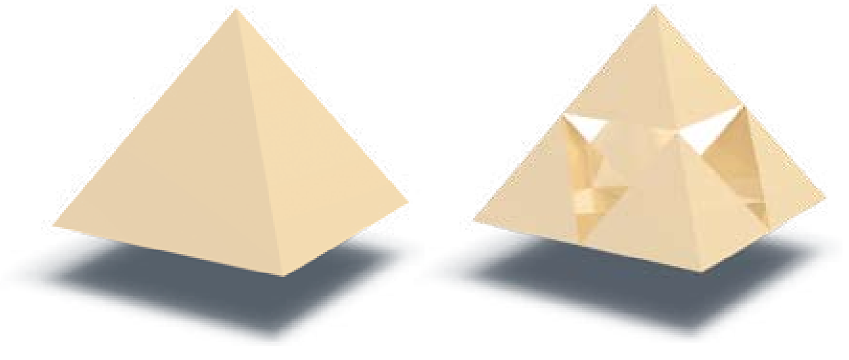
Iteración 6
iteration 6

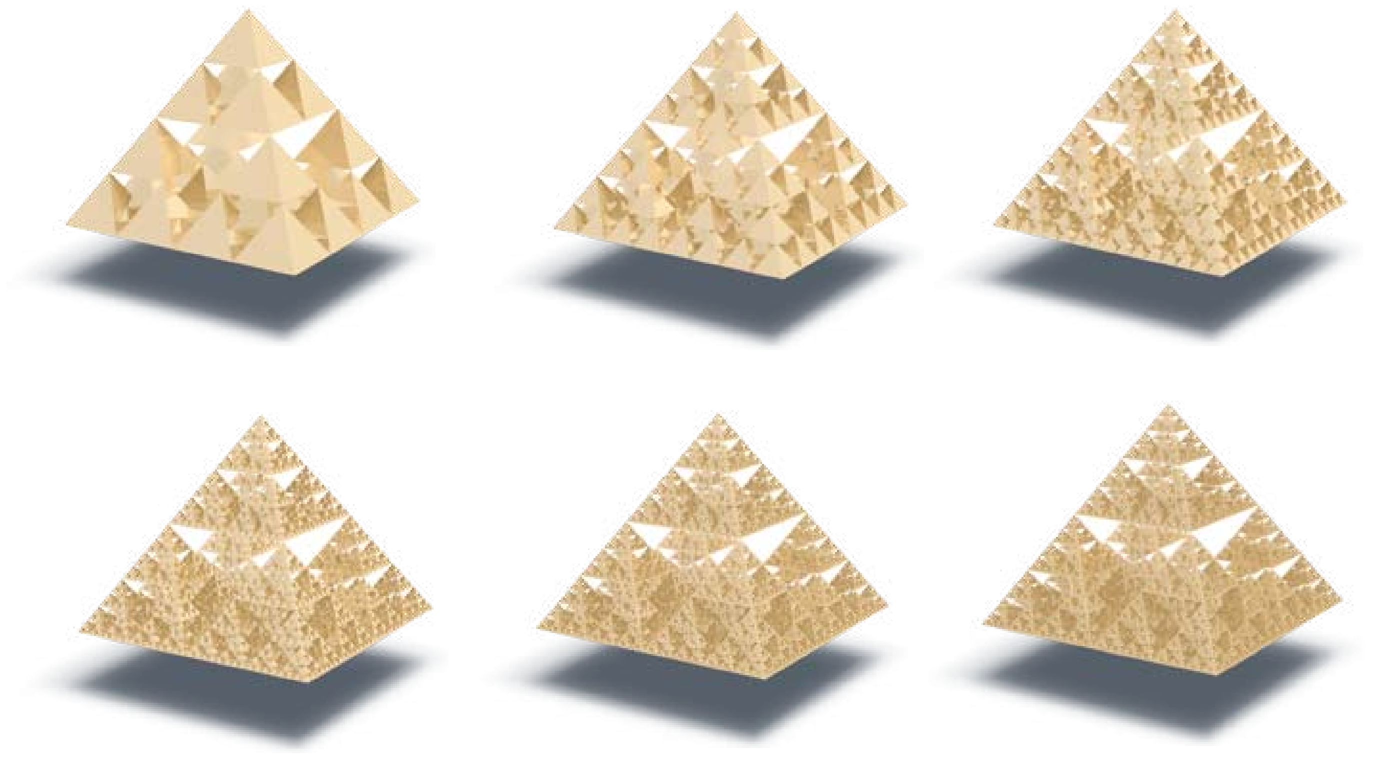
La dimensión fractal del triángulo de Sierpinski es log 3/log 2 = 1,5849 ya que por cada reducción del triángulo a la mitad se generan 3 triángulos.

Usando pirámides en lugar de triángulos podemos hacer una bella pirámide de Sierpinski cuya dimensión fractal está entre 2 y 3, exactamente 2,3219.

The fractal dimension of the Sierpinski triangle is log 3/log 2 = 1,5849, because each time the triangle is reduced by half, three new triangles are generated.

If we use pyramids instead of triangles we can create a beautiful Sierpinski pyramid with a fractal dimension of between 2 and 3, exactly 2,3219.

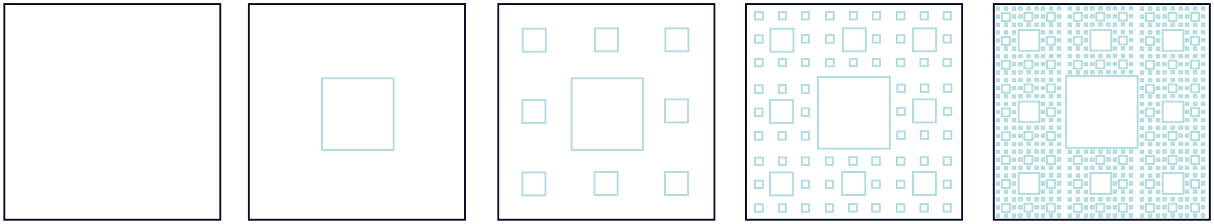




Alfombra de Sierpinski

Si usamos cuadrados en vez de triángulos obtenemos la alfombra de Sierpinski. El iniciador es un cuadrado que se divide en nueve cuadrados mediante paralelas lanzadas a un tercio de la longitud de los lados, y se quita el cuadrado interior. La operación se repite con los ocho cuadrados que quedan:

The Sierpinski Carpet. If we use squares instead of triangles, we can create a Sierpinski carpet. The initiator is a square. This square is divided into nine smaller squares using parallel lines which divide the length of the sides into three. The central square is removed. This operation is repeated with the eight remaining squares:



Dejamos al lector que calcule la dimensión de esta peculiar alfombra.

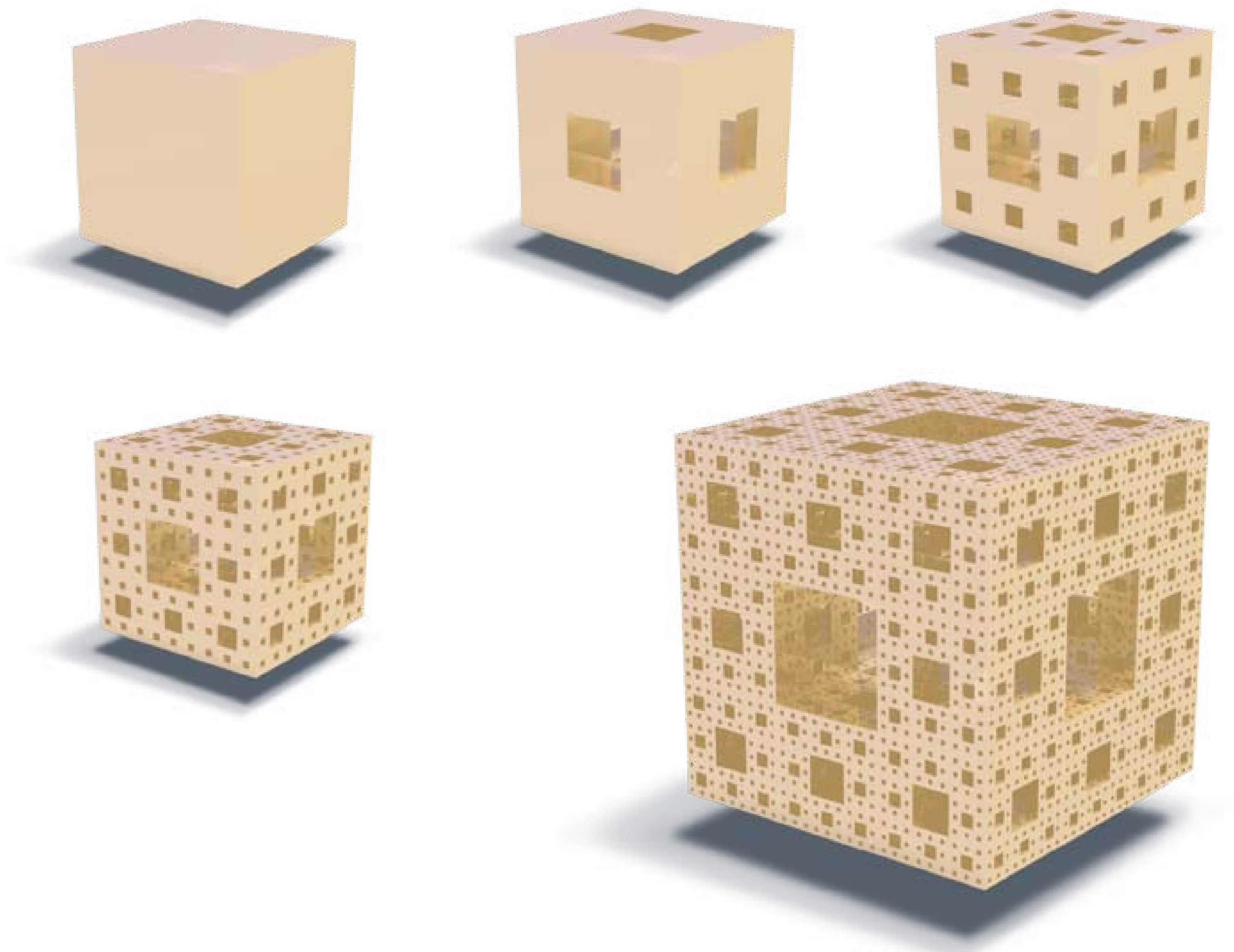
Try calculating the dimension of this peculiar carpet.

Espejo de Sierpinski en la Exposición Armonía Fractal de Doñana y las Marismas.

Sierpinski Mirror at the Armonia Fractal (Fractal Harmony) exhibition in Doñana.

Cubo Fractal construido de forma similar a la alfombra fractal.

Fractal cube made using a similar method as the fractal carpet.



El polvo de Cantor

El polvo de Cantor es un objeto fractal de dimensión menor que 1, porque es un conjunto de puntos disconexo que no llegan a formar una línea recta, tal como muestra la figura:

Cantor Dust. Cantor dust is a fractal object with a dimension of less than 1, because it is a set of unconnected points which do not form a straight line, as shown in the figure below:

Dejamos a lector que busque el iniciador y el algoritmo y deduzca su dimensión fractal.

Try to find the initiator and the algorithm and calculate the fractal dimension.

La dimensión fractal de las figuras naturales

Una de las ventajas de la dimensión fractal es que podemos aplicar el concepto a las formas naturales y medirlas, el primer paso para empezar a comprenderlas. Podemos comparar la rugosidad de las líneas de costa, o la frondosidad de los árboles o la red de caños de una marisma, algo de lo que hace unos años sólo podíamos hablar cualitativamente. El procedimiento más usado para medir esas estructuras es el del recuento de cajas. Mediante este método, cubrimos la figura con un papel cuadriculado, de arista l, y contamos el numero de cuadrículas o cajas que están ocupadas por la figura. A continuación utilizamos una cuadrícula de diferente l y repetimos el contaje. Realizamos varios de esos contajes con cuadrículas o cajas diferentes y observaremos que las cajas más pequeñas cubren con más detalle el objeto y por tanto permite obtener una mejor aproximación al mismo. Construimos un gráfico del logaritmo del número de casillas frente al logaritmo del lado del cuadrado y observaremos que el número de cuadrados que necesitamos para recubrir la estructura será mayor mientras menor sea el tamaño del cuadrado. Cuando dibujamos esos valores con escala logarítmica obtenemos la dimensión fractal del objeto. El coeficiente D es la dimensión de recubrimiento del objeto, su dimensión fractal.

The fractal dimension of natural shapes. One of the advantages of the fractal dimension is that we can measure natural structures, and this is the first step towards understanding them. We can compare the jaggedness of coastlines, or the leafiness of trees or the network of channels in a salt marsh, something which, up until a few years ago, we could only do qualitatively. The most commonly-used method for measuring these structures is box counting. To use this method, cover the shape with a sheet of squared paper, where the length of the squares is 1 unit. Then count the number of squares or boxes which are occupied by the shape. If you use another sheet of paper with squares of a different size and repeat this counting exercise, you will see that the sheets with smaller squares cover the object in a more detailed manner, and therefore make it possible to estimate its size more accurately. If you draw a graph with the logarithm of the number of squares on one axis, and the logarithm of the length of the side of the squares on the other, you will see that the number of squares required to cover the structure will be greater the smaller the size of the square. If you draw these values using a logarithmic scale you will obtain the fractal dimension of the object. The coefficient D is the coverage dimension of the object, its fractal dimension.

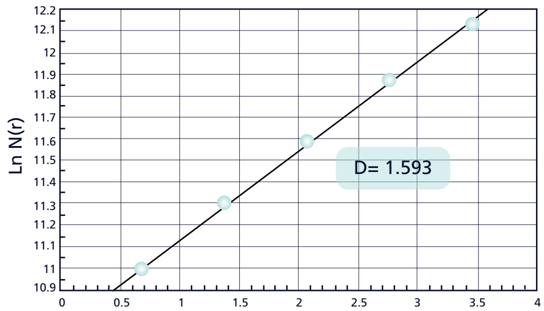
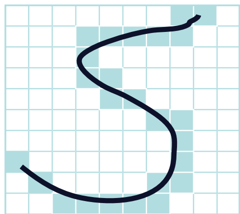


Gráfico de recuento de cajas para el triángulo de Sierpinski.
Figure showing square counting for the Sierpinski triangle.

Con esta medida de la dimensión fractal, ya no vemos a un abeto como un cono, ni a un naranjo como una esfera, ni a una montaña como una pirámide, formas cuyas superficies escalan con 2, sino como estructuras que escalan con una dimensión fractal 2 y algo.
Mientras más frondoso sea el árbol mayor es su dimensión fractal y mientras más abierto, menor su dimensión fractal.

Thanks to this fractal dimension, we now no longer see fir trees as cones, orange trees as spheres, nor mountains as pyramids, shapes whose surface areas increase proportionately with 2, but as structures which increase in size in proportion with a fractal dimension of 2 and a bit. The leafier the tree, the bigger its fractal dimension, and the barer the tree, the smaller its fractal dimension.
If you iterate simple algorithmic processes, you can construct really beautiful fractals, like the ones created by the Julia set and the Mandelbrot set.



Mediante los procesos de iteración de algoritmos sencillos se pueden construir bellísimos fractales, como los formados por el conjunto de Julia y el conjunto de Mandelbrot. La creación de objetos fractales mediante iteraciones ha sido posible gracias al uso de los computadores. Algunos de los más famosos son los objetos fractales derivados del conjunto de Mandelbrot, que es un subconjunto del espacio complejo. Contiene aquellos puntos que no divergen al tomarlos como condición inicial de una ecuación que se itera sobre sí misma una determinada cantidad de veces. En concreto la ecuación es:

$$z^{n+1} = z_n^2 + c$$

Por ejemplo. si c = 1 obtenemos la sucesión 0, 1, 2, 5, 26… que diverge. Como no está acotada, 1 no es un elemento del conjunto de Mandelbrot.

En cambio, si c = -1 obtenemos la sucesión 0, -1, 0, -1,… que sí es acotada, y por tanto, -1 sí pertenece al conjunto de Mandelbrot.

La imagen que se crea corresponde a un cuadrado de condiciones iniciales, y el color del pixel corresponde a si esa condición inicial pertenece o no al set de Mandelbrot. Si pertenece, es negra. Si diverge, su color corresponde a cómo de rápido diverge, un procedimiento que se denomina tiempo de escape y que es usado en arte fractal.

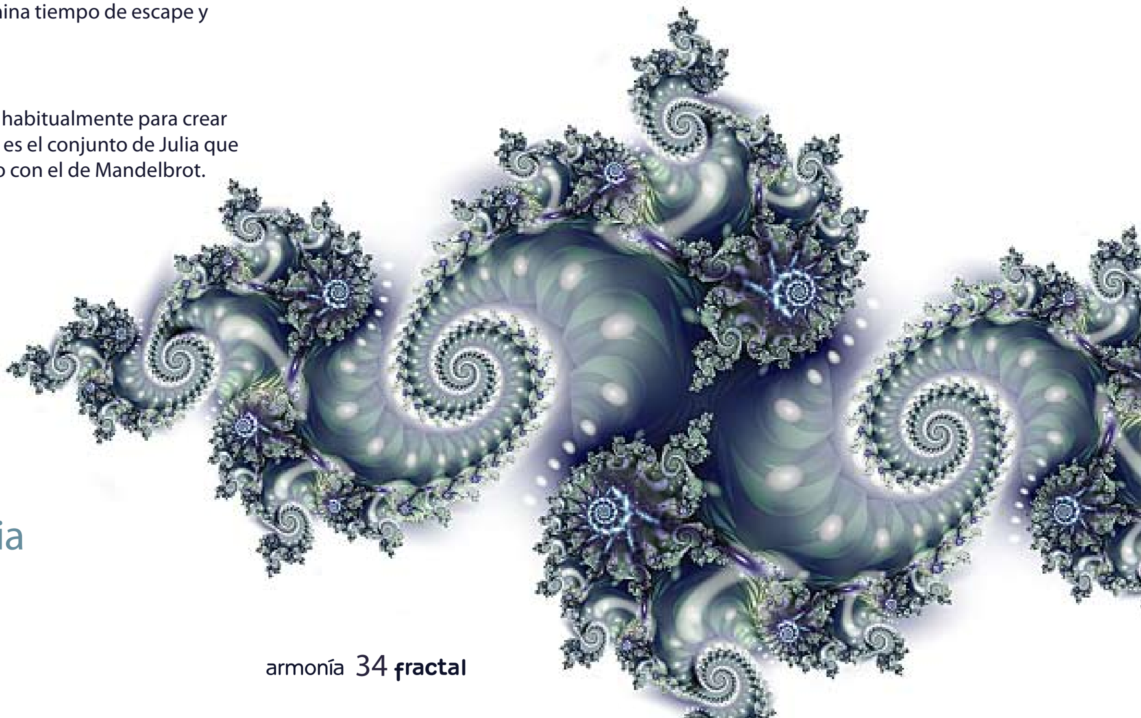
Otro de los conjuntos usados habitualmente para crear imágenes mediante iteración es el conjunto de Julia que está íntimamente relacionado con el de Mandelbrot.

Computers have made it possible to create fractal objects by iterating processes. Some of the most famous of these fractal objects are those derived from the Mandelbrot Set, a subset of the complex plane. It contains points which do not diverge when they are used as an initial condition of an equation which iterates itself a specific number of times. Specifically, the equation is:

$$z^{n+1} = z_n^2 + c$$

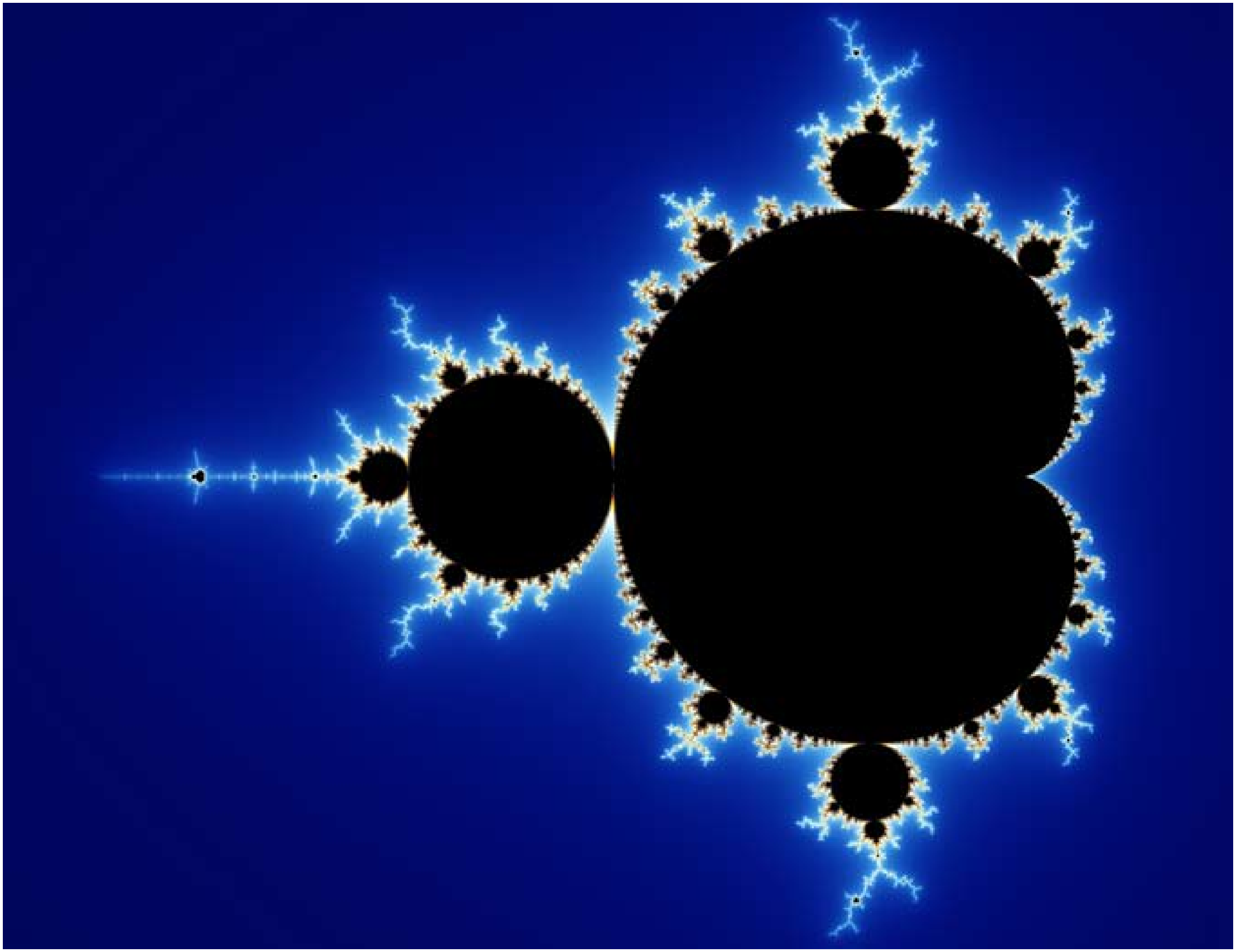
For example, if c = 1, we get the series 0, 1, 2, 5, 26…, which diverges. As it is not a bounded series, 1 is not an element of the Mandelbrot set.
However, if c = -1, we get the series 0, -1, 0, -1,…, a bounded series, so -1 does belong to the Mandelbrot set. The image created depends on a set of initial conditions, and the pixel colour depends on whether or not that initial condition belongs to the Mandelbrot set. If it does, it is black. If it diverges, the colour depends on how fast it diverges, a period known as escape time, which is used in fractal art.

Another set which is often used to create images through iteration is the Julia set, which is closely linked to the Mandelbrot set.



Conjunto de Julia

Conjunto de Mandelbroth



La iteración y las formas fractales

La geometría de la naturaleza surge de la iteración, de la repetición permanente de los mismos procesos, pausada pero pertinaz. Es la gota de agua, tras otra gota de agua, la que arranca partícula a partícula el trazo sobre la piedra dura y más fácilmente sobre la arena blanda o el barro de la marisma. De ahí nace la semejanza entre lo grande y lo pequeño, la autosimilitud, la repetición de la estructura a diferentes escalas. De ahí nace la bifurcación. Así se forman muchas estructuras fractales, por ejemplo:

Iteration and fractal shapes. The geometry of nature is the result of iteration, the constant repetition of the same processes, gradually but relentlessly. Water droplet by water droplet, gradually wearing away hard rocks, particle by particle, or soft sand and marsh mud, which pose less of a challenge. This is the source of similarities between big things and small things, of self-similarity, the repetition of structures at different scales. The result is bifurcation. This is how many fractal structures are created, such as: the system of veins in a lef, own circulatory system and own respiratory system.

el sistema vascular de las hojas
the system of veins in a lef

nuestro sistema circulatorio
own circulatory system

Pab. Viaje al Cuerpo Humano.
Parque de las Ciencias

nuestro sistema respiratorio
own respiratory system

El rayo, las descargas eléctricas, que no son rectas

Lightening, electric charges, which are not straight

Exteriores del Parque de las Ciencias
Exterior of the Parque de las Ciencias

los árboles, los de la vida ...

trees - living trees ...

y los inertes, como la estructura arborescente (a la derecha) dibujada por el agua vaciada en el lodo de la balsa de Veta la Palma, en Puebla del Río.

and inert trees, such as this tree-like structure drawn by the water emptying out into the mud at Veta la Palma, in Puebla del Río (Andalusia).

Una estructura ramificada similar a la que crea el Nilo en su gigantesco delta o a la del árbol esbelto que forman los diminutos canales por los que corre el agua rezagada de la bajamar cuando caminamos sobre la arena mojada de la playa.

Contraria a la línea o a la cuadrícula, esa estructura ramificada es una estructura fractal propia de la naturaleza y por lo tanto, ubicua, literalmente universal. La misma que tienen nuestros pulmones, la misma por la que corre nuestra sangre, la misma por la que corrió alguna vez el agua sobre el planeta Marte.

This branched structure is similar to the one created by the Nile in its enormous delta, or the slender tree formed by the tiny channels of water left behind at low tide as we walk along wet sand on the beach.

Unlike lines or squares, this branched structure is a fractal structure created by nature itself, and it is therefore ubiquitous, literally universal. It shares the same structure as our lungs, the system of veins through which our blood flows, and the channels on Mars along which water once flowed.

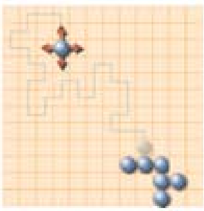
Más allá de la morfología

Hoy en día sabemos explicar la formación de algunas de esas estructuras fractales ramificadas dendríticas, arborescentes, que aparecen tanto en el mundo mineral (como la que se muestra en la foto) como en el mundo de lo vivo. Los ejemplos van desde esas dendritas minerales como las que la erosión del agua genera en los barros y arenas de la marisma, hasta nuestro propio sistema circulatorio o incluso a nuestra red de amigos, que si el lector lo piensa, tiene la misma geometría que los árboles o los ríos, sólo que es una red de afectos y conocimientos.

Hoy conocemos muchas formas de generar estructuras dendríticas usando simples algoritmos de computador. Una de ellas es la conocida como agregación limitada por difusión. El procedimiento es sencillo. Se coloca una partícula/semilla en alguna posición fija de una cuadrícula. Lejos de ella, se lanza otra partícula que se mueve aleatoriamente, es decir que en cada paso, tiene la misma probabilidad de ir hacia arriba, hacia abajo, hacia la izquierda o hacia la derecha, lo que se llama un paso de borracho.

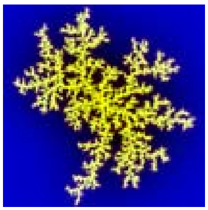
Se sigue moviendo así hasta que toca a la partícula, semilla en una posición en la que queda fijada para siempre. El procedimiento se repite con decenas de miles o millones de partículas. El resultado son las bellas estructuras cuya dimensión fractal podemos controlar.

Beyond morphology. We now know how to explain how some of these branched, tree-like, dendritic fractal structures were formed and are now present in the mineral world (like the one in the photo) and in the living world. Examples range from the mineral dendrites created by water in the mud and sand of a salt marsh, to our own circulatory system, or even our network of friends. Today, there are many ways in which we can create dendritic structures using computers. One of these is known as diffusion-limited aggregation. The method is quite simple. A particle/seed is placed in a fixed location in a square. Far away from that first particle, another one is released and moves about the square randomly, in other words, each time it moves, it has the same probability of moving up, down, to the left or to the right. This is known as a "drunk" or random walk. The particle will keep moving until it comes into contact with the seed particle, and it stays fixed in that position for ever. The process is repeated with many thousands or millions of particles. The fractal dimension of the beautiful structures this process creates can be measured.



Paso de borracho

Random walk



Fractal generado mediante algoritmo de computación

Fractal generated by computer simulation

Paisajes virtuales

La geometría fractal y la geometría de la naturaleza están basadas en la repetición constante de procesos elementales. Tanto es así que mediante algoritmos sencillos basados en la repetición de procesos muy simples se consiguen crear paisajes “naturales”. Por ejemplo, podemos generar un paisaje fractal realizando una y otra vez el siguiente procedimiento:

1. Partimos de una superficie cuadrada plana ABCD.

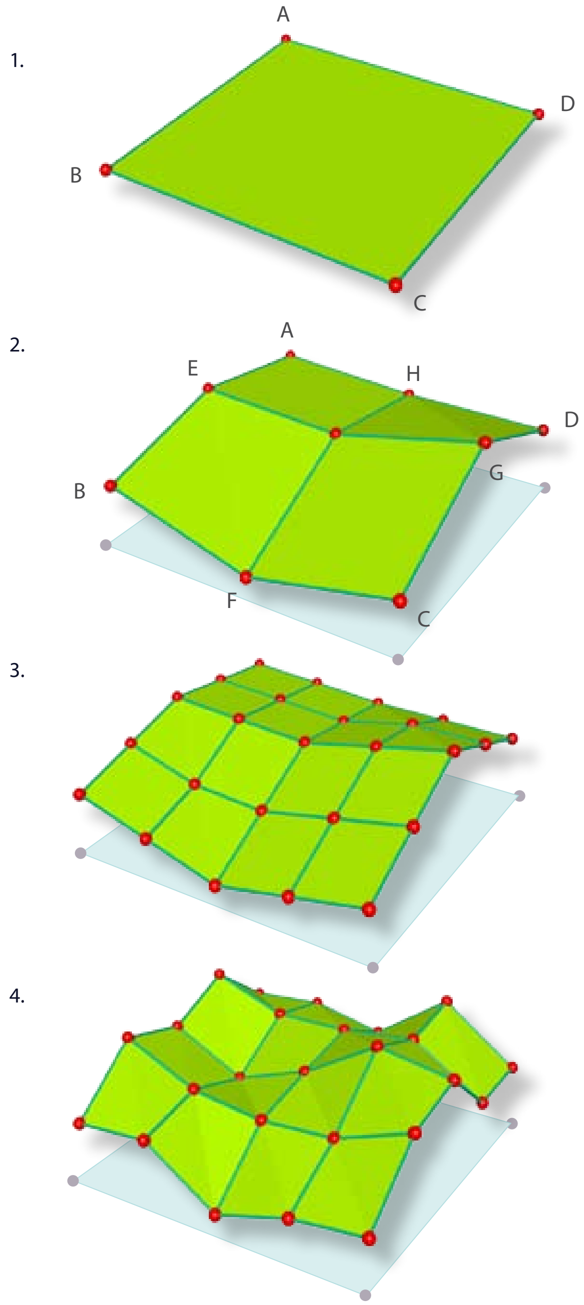
2. La dividimos en cuatro cuadraditos, con lo que creamos los cuatro puntos adicionales EFGH y el del centro I.

3. Elegimos un valor al azar entre 0 y 1 para la altura de cada uno de esos puntos. De esta forma conseguimos que la superficie se arrugue en este primer nivel.

4. Ahora repetimos la misma operación de división del primer cuadrado con cada uno de los cuatro cuadraditos y volvemos a darle a cada nuevo punto una altura aleatoria entre 0 y 1. Quedaría algo así:

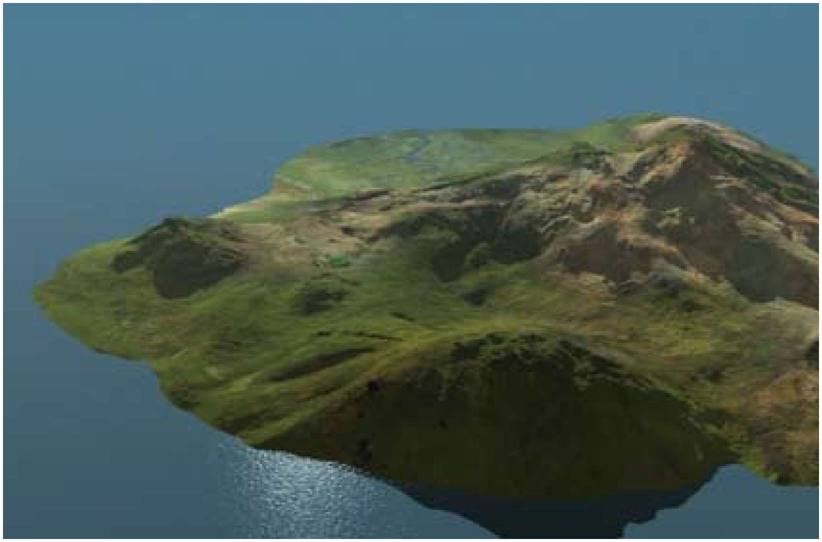
Virtual landscapes. Fractal geometry and the geometry of nature are based on the constant repetition of basic processes. So much so that, using simple algorithms based on the repetition of very simple processes, it is possible to create “natural” landscapes. For example, we can create a fractal landscape by repeating the simple procedure below:

1. Start with a simple square surface, ABCD.
2. Divide it into four smaller squares, creating four additional points, EFGH, and the centre point, I.
3. Now choose a random value between 0 and 1 for the height of each of these points. In this way, you can make the surface bend up to that first level.
4. Repeat the same process of dividing up the first square with each of the four smaller squares, then assign each new point a random height of between 0 and 1. The result will be something like this:



Y este mismo procedimiento lo repetimos otra vez con cada uno de los cuadraditos nuevos, y así sucesivamente, es decir iterativamente. El resultado después de muchas iteraciones es una hoja arrugada que cuando se le pone una textura queda algo tan natural como la imagen de la derecha:

Repeat the same process with each of the new smaller squares, and so on, iteratively. After many iterations you will obtain a crinkled sheet which, when given texture, looks like a natural structure, like this:



Desde que los ordenadores están disponibles para los departamentos de efectos especiales, muchos de los paisajes de las películas están creados con algoritmos recursivos similares al que hemos usado nosotros, que generan superficies fractales, y por eso de apariencia natural. Entre las películas pioneras está la secuencia del Proyecto Génesis en “Star Trek 2” y el corto “Andre & Wally B.” producido por Lucasfilms. Hoy en día los fractales están bien integrados en las herramientas de software para crear texturas o generar complejos paisajes dinámicos, por ejemplo, el mar en muchas de las secuencias de la pelicula “Titanic” y todas las de ”Poseidón”, los paisajes de “La Máquina del tiempo”, la inundación de “Antz”, etc.

Now that computers are available in special effects departments, many of the landscapes used in films are created using recursive algorithms similar to the ones we have seen here. These generate fractal surfaces, which is why they look so natural. Pioneering pieces of film in this field include the Project Genesis sequence in ‘Star Trek 2’, and the animated short The Adventures of ‘André and Wally B’, by Lucasfilm. Fractals are now well-integrated into software tools and are used to create textures or generate complex dynamic landscapes, such as the sea in many of the scenes in the film ‘Titanic’ and all of the ocean scenes in ‘Poseidon’, the landscapes in ‘The Time Machine’, the flood in ‘Antz’, etc…

Dedos viscosos

Estos dedos viscosos son estructuras fractales que se forman cuando un fluido (como el aire) empuja a otro más viscoso (en este caso, glicerina) que se encuentra confinado entre dos placas. Cuando se separan las dos placas, el aire empuja la glicerina y la interfase recta entre los dos fluidos se hace inestable y se arruga. El fenómeno se repite en las zonas rectas entre las arrugas provocando sucesivas bifurcaciones que dan lugar a estas bellas estructuras.

Este mecanismo, conocido como inestabilidad de Saffman-Taylor, juega un papel importante en la formación de muchos fenómenos naturales, como por ejemplo en la formación de las dendritas minerales como la de la página 40-41. Pero también en muchos procesos tecnológicos. Por ejemplo ocurre en los campos petrolíferosla en interfase entre el agua y el petróleo, cuando el agua (fluido poco viscoso) empuja al petróleo (fluido más viscoso) durante la extracción del mismo provocando en la roca porosa esos grandes dedos, cuya formación es necesario controlar.

Viscous fingers. These viscous fingers are fractal structures which form when one fluid (like air) pushes against another, more viscous one (in this case, glycerine) which is confined between two plates. When the two plates are taken away, the air pushes against the glycerine, and the straight interface between the two fluids becomes unstable and creased. This phenomenon repeats itself in the straight areas between the wrinkles, leading to the development of successive forks and giving rise to these beautiful structures.
This mechanism, known as Saffman-Taylor instability, plays an important role in the formation of many natural structures, like, for example, the mineral dendrites on page 40-41. However, they also play a role in many technological processes. The phenomenon takes place, for example, in oil fields, at the interface between water and oil, where the water (a non-viscous fluid) pushes against the oil (a more viscous fluid) when it is being extracted. This results in the formation of large oil fingers in porous rock, an effect which must be controlled.

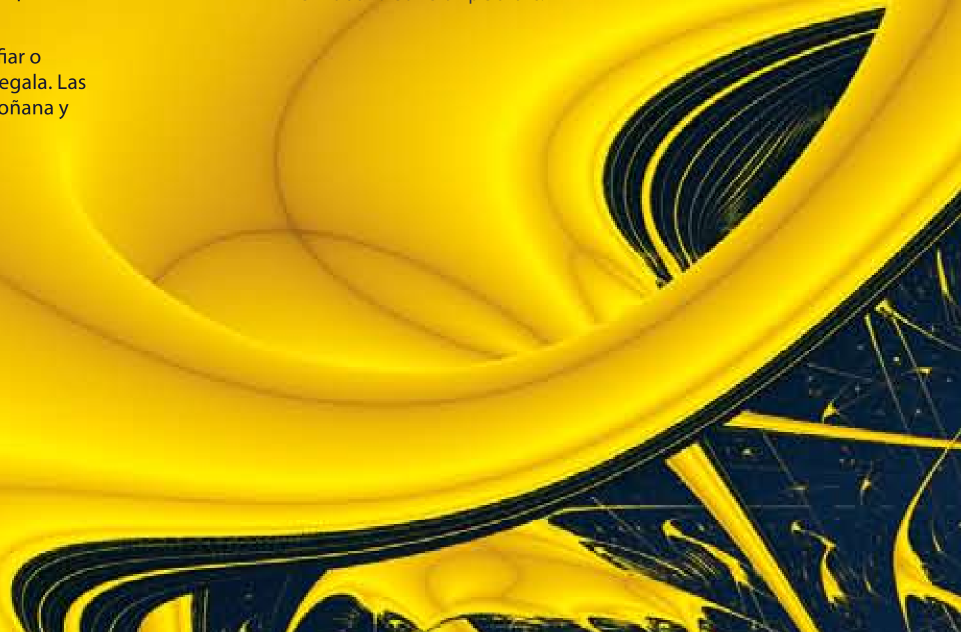
Estética fractal

La simetría de dilatación derivada de las propiedades de autosimilitud y de invarianza a escala hace de los fractales un atractivo campo de exploración para la creación artística.

El proceso de creación consiste en crear un objeto fractal a partir de un iniciador mediante la iteración de una ecuación, de un algoritmo, de un programa ya sea este una ecuación, o de un paso, como hemos visto a lo largo de este libro. Una vez elegido el artista selecciona la región del conjunto de puntos a explorar, define cómo dibujarlo y colorearlo (por ejemplo por el procedimiento de tiempo de escape). Si el algoritmo es un sistema de funciones iteradas como en el caso de la cesta de Sierpinski, puede introducir probabilidades para cada punto del conjunto para dar color o textura. O puede hacer un sistema puramente aleatorio como la regla usada en la construcción del paisaje (página 42) o de la agregación limitada por difusión (página 40). Pero no sólo puede crear una imagen estática, ya sea un cuadro bidimensional o una escultura tridimensional, sino también dinámica o incluso una pieza musical.

El artista puede también usar como herramientas artísticas los procesos físicos y químicos que generan las formas naturales, como la electrodeposición o los dedos viscosos o las descargas eléctricas, como en este fractal creado por Peter Terren en madera de pino mojada haciendo pasar una descarga de varios Kv entre dos clavos.

Y finalmente, puede usar su talento para fotografiar o filmar las formas fractales que la naturaleza nos regala. Las imágenes de la exposición "Armonía fractal de Doñana y las Marismas" es un ejemplo de ello.



Objeto fractal tipo Lyupanov
creado por BernardH

Lyupanov-type fractal object
created by BernardH

Fractal aesthetics. The dilatational symmetry derived from the properties of self-similarity and scale invariance means that fractals can often be used for the purposes of artistic creation.

The creation process consists of creating a fractal object using an initiator and iterating an equation, an algorithm, or a programme, whether it be a complex equation or a single step, as we have seen throughout this book. Once these initial conditions have been selected, the artist chooses the space for the set of points to be explored, and defines how to draw and colour those points (e.g. through the escape time procedure). If the algorithm is a system of iterated functions like the ones used to create the Sierpinski triangle, it is possible to introduce probabilities for each point in the set to give the image colour or texture. Alternatively, an entirely random system can be used, like the rule used to construct the landscape (page 42), or diffusion limited aggregation (page 40). However, the technique is not only used to create static images, like a two-dimensional picture or a three-dimensional sculpture. You can also create a dynamic image, or even a piece of music. The physical and chemical processes seen in natural shapes, such as electrodeposition, viscous fingers or electric shocks, can also be used as artistic tools. An example of this is the fractal created by Peter Terren by sending an electric shock of several kV between two nails in a piece of damp pine wood.

Finally, artists can show off their talents by photographing or filming the fractal shapes generated by nature itself. The images in the "Fractal Harmony in Doñana and Salt Marshes" exhibition are an example of this.

Julia Island, creación de Alexis Monnerot-Dumaine a partir de un conjunto de Julia usando el software Ultrafractal y posteriormente renderizado con Terragen. El velero y el postproceso se realizó con Photopshop.

Julia's Island, by Alexis Monnerot-Dumaine from Julia's ensemble using Ultrafractal software and afterwards rendered with Terragen. The sailing boat and the post process were realised with Photoshop.

El cementerio fractal de Saramago

Juan Manuel García Ruiz

Publicado en El Pais, 14 de abril de 1999

La imagen de un cementerio la asociamos a una pequeña estructura cuadrada en la ladera próxima al pueblo, más amplia en las grandes ciudades, con límites definidos, a veces tapiados, a veces abiertos como en los umbríos parques sajones, pero siempre una estructura fría, poligonada. El lugar donde se guarda lo inanimado ha de tener, en nuestra sociedad, ese sereno encanto de lo exacto propio de la geometría euclidiana. En un delicioso capítulo de su novela "Todos los nombres" (Alfaguara, 1997), José Saramago se inventa un cementerio que rompe ese canon de siglos: El Cementerio General.

Contra lo establecido, el Cementerio General no es una estructura euclidiana sino fractal. Las estructuras fractales, a diferencia de las euclidianas, se caracterizan por no tener una medida definida. Un ejemplo clásico es precisamente el de la frontera entre España y Portugal ¿Cuánto mide esa frontera? Pues depende. Depende de la unidad con que usted la mida, o lo que es lo mismo, depende de la escala que utilice. Si lo hace sobre su atlas favorito obtendrá unos determinados kilómetros. Sobre su mapa de carretera, de escala algo mayor, la frontera será más larga porque existen entrantes y salientes que se habrá medido ahora y que no aparecían en su atlas. Y si, como el excéntrico emperador chino que nos recreó Borges, utiliza un mapa de escala 1/1, es decir, si recorre paso a paso la frontera, no le quepa duda que la caminata será mucho más larga de lo previsto. Las fronteras naturales, no las trazadas a golpe de tiralíneas en el África y las Américas, tienen la geometría propia de la naturaleza, la geometría fractal. Así también el Cementerio General.

Según Saramago, el Cementerio General comenzó con un núcleo inicial, un recinto cuadradito donde el conservador tenía tiempo de organizar, con euclidiano espíritu, el lento acúmulo de muertes del pequeño pueblo. Cuando se necesitó más espacio, se trasladaron algunas de las primitivas tapias para seguir con el tedioso ordenamiento. Todo cambió cuando el encargado, agobiado por el rápido incremento de decesos de la ya boyante ciudad, sucumbe ante la imposibilidad de disponer las sepulturas según el orden prescrito y opta por derribar las paredes dejando tan solo la fachada principal. Desbordada la lenta planificación por el vertiginoso flujo de enterramientos, el cementerio comienza a crecer por diversos puntos, inicialmente protuberancias que se convierten más tarde en dedos, en ramas que se extienden, sin que nadie

The Fractal Cemetery (according to Saramago)
Juan Manuel García Ruiz
Publicado en El Pais, 14 de abril de 1999

We all grow up with the belief that the living and the inorganic, i.e. what is alive and what is not, comprise two distinct morphological worlds: on the one hand, there is the cold Euclidean concept of straight edges and precise angles as found in the mineral world, while on the other we have the sensual, vital curves of the living world. It is little wonder then, that in our society the place where the inanimate are laid to rest possesses the serene, precise charm that we expect to find in Euclidean geometry. In our minds, a cemetery should be a small square space on a hill near the village, perhaps somewhat larger for the city, with definite boundaries, sometimes walled in, sometimes open like English parks, but always forming a cold, polygonal structure. José Saramago, however, in a delightful chapter in his novel "Todos los nombres" (All the names) (Alfaguara, 1997, Barcelona), has conceived a cemetery that breaks this centuries-old pattern: the General Cemetery.

According to Saramago, the General Cemetery began as a nucleus, a square-sided area where the curator had time to organize, on Euclidean principles, the slow accumulation of deaths occurring in the little village. When more space was needed, some of the original walls were moved so that he could carry on with the tedious ordering. Then everything changed when the curator, overwhelmed by the sharp increase in deaths occurring in the rapidly-growing town, realized the impossibility of arranging the burials in the traditional way and so gave up, opting to demolish all the walls except that of the entrance. With the previous, painstaking planning engulfed by the irresistible flow of new burials, the cemetery began to grow in various directions, initially as protuberances, later becoming fingers and then branches that extended, free of all direction and control, along the low-lying valleys among the neighbouring hills. Some of these branches were blocked by nearby housing estates, the product of incessant population growth. Such obstacles, however, were avoided as the cemetery advanced through the areas of least urban development and topographic difficulty. The first branches developed bifurcations, from which sprouted other bifurcations, giving rise, through a process of self-organization, to a dendritic structure with innumerable inlets and extensions. This cemetery "viewed from the air ... looked like an enormous tree laid out flat, with a short, thick trunk made up of the original nucleus of graves, from which there extended four sturdy branches, at first side by side, but then in successive bifurcations extending as far as the eye could see to form ... a leafy mass in which life and death were intermingled".

The essential requirement for such a structure to exist, as Saramago brilliantly realized, is that the input to the system must be continuous and irreversible. In other words, all the names must be found in the General Cemetery; otherwise, the cold hard-edged geometry would have perpetuated itself by replacing, as before, the old dead by the newly deceased. When I read Saramago's novel, I imagined this structure as an immense viscous dendritic mass. In fact, this phenomenon can be seen quite simply, by means of a straightforward experiment. Just take a smooth surface and pour a little viscous liquid onto it - for example, bathroom gel. Then, place a pane of glass over the gel; on lifting the glass by one edge, a figure very much like that las guíe, probablemente hacia los valles más accesibles entre las colinas aledañas. Algunas de esas ramas van a topar con las urbanizaciones que aparecieron en los alrededores por el aumento demográfico. Sorteando esos obstáculos, el cementerio avanza por las zonas de mínima presión urbanística, creando bifurcaciones de las primeras ramas de las que a su vez nuevas y nuevas bifurcaciones aparecerán, dando lugar, por un proceso de autoorganización a una estructura dendrítica con incontables entrantes y salientes, de dimensión fraccionaria. Un cementerio que "observado desde el aire, ... parece un árbol tumbado, enorme, con un tronco corto y grueso, constituido por el núcleo central de sepulturas, de donde arrancan cuatro poderosas ramas, contiguas en su nacimiento pero que después, en bifurcaciones sucesivas se extienden hasta perderse de vista, formando ... una frondosa copa en la que la vida y la muerte se confunden".

Condición imprescindible para generar esta estructura, como el propio Saramago genialmente intuye, es que la agregación sea continua e irreversible, es decir que en el Cementerio General estén todos los nombres, pues de otra manera, la fría geometría se hubiera perpetuado al reemplazar, como hacemos nosotros, los viejos por los nuevos difuntos.

El Cementerio General está acorde con la entrañable historia de subversión que relata esa novela. Ciertamente, cuando el flujo de las ideas, de los avances sociales o técnicos (o de las defunciones) es tan rápido que no puede ser asimilado por el orden establecido, la salida es revolucionaria. Algunos dirán, caótica. Sólo que ahora ese caos comenzamos a entenderlo y, como muestra el ejemplo de Saramago, un nuevo tipo de estructura resulta de la auto-organización, discutible en su eficacia, pero desde luego bella.

described by the General Cemetery may be seen. On the windows of the cafeteria at the Los Lebreros hotel in Seville, something very similar occurred. Spontaneously, and during a period of over ten years, fantastic examples of viscous "fingers", almost three feet wide, developed on the glass. The waiters and barmen called these beautiful shapes "the peacocks". Unhappily, somebody decided that some other sort of business should occupy the site, a shop or whatever, and this unique display was lost . Nevertheless, the General Cemetery is perhaps better comprehended by means of another mechanism: one that is different, but conceptually related to viscous dendrification, and which in fact presents the same morphological behaviour pattern.

The curator's task is to order n elements comprising a space formed by Euclidean geometry. When the elements are supplied slowly, there is sufficient time for them to be allocated. As the supply speed increases, however, this becomes more and more difficult, and above a critical flow value - which coincides with that of his allocational skill - the organization escapes all possibility of control. Incoming elements are then located and oriented in their arrival position and create a structure that now depends entirely on the pressures exerted on the environment - this is what gives rise to a branched structure. If n is large, each branch is seen to comprise branches that in turn comprise smaller branches. In other words, the structure possesses dilatation symmetry, a characteristic of fractal forms. Indeed, this constitutes a structure with a fractional dimension, a fractal structure. If the n elements had been arranged in a Euclidean way, for example in a straight line, the dimension would have been 1, the dimension of a line. If they had been placed to fill a square or a circle, the dimension would have been 2, the dimension of the plane. The dimension of the structure that has been created at a high flow speed has a fractional value of between one and two, and therefore comprises a fractal structure . Thus, Saramago's concept is the result of an aggregation that is not limited by the allocation velocity but by that of the supply of elements.

Naturally, the transition from Euclidean to fractal forms, from hard edges to sinuous shapes, might be just the result of a compromise between kinetics. In fact, there is no fundamental difference between the shapes our minds associate with life and those of inorganic matter. Such a difference is rather a belief linked to a certain way of understanding the world, one that is not sustainable on any scientific basis. Take note, too, bureaucrats and curators the world over: when the flow of elements, ideas and social advances (or retreats, or demises) is too fast to be assimilated by the established regime, the only way out is via revolution, or perhaps chaotic anarchy. Now, however, we are beginning to understand this chaos and how, as shown in Saramago's example, a new kind of structure results from self-organization. Its efficiency might be questioned, but it is undoubtedly attractive.

Consorcio Parque de las Ciencias

Consejería de Educación
Consejería de Medio Ambiente
Consejería de Innovación, Ciencia y Empresa. Junta de Andalucía
Consejo Superior de Investigaciones Científicas
Ayuntamiento de Granada
Diputación Provincial de Granada
Universidad de Granada
Fundación Caja Rural
Fundación CajaGRANADA

CSIC

CASA de la CIENCIA
Estación Biológica de Doñana
Consejo Superior de Investigaciones Científicas

JUNTA DE ANDALUCIA
Agencia Andaluza del Agua
CONSEJERÍA DE MEDIO AMBIENTE

lec
LABORATORIO DE ESTUDIOS CRISTALOGRÁFICOS

FECYT
FUNDACIÓN ESPAÑOLA PARA LA CIENCIA Y LA TECNOLOGÍA

Parque de las Ciencias
Avd. de la Ciencia, s/n 18006 Granada
Tel: 958 131 900 • Fax: 958 133 582
info@parqueciencias.com
www.parqueciencias.com

COMUNIDAD EUROPEA
Fondo Europeo
de Desarrollo Regional